

자동제어 한방에 끝내기

5. Root Locus

목차

Root Locus(근궤적선)

- What? – 무엇인가?
- How? – 어떻게 쓰는가?

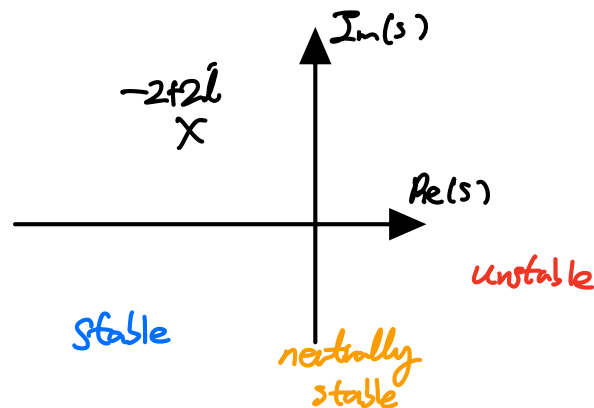
Root Locus 그리기

- Poles, Zeros
- Phase, Magnitude
- 출발각과 도착각

Root Locus - Introduction

- System의 **Transfer function(전달 함수)**을 구할 수 있다면
- 중요한 부분은 전달 함수의 Characteristic Equation (특성방정식)
 - ‘특성방정식의 해가 어디에 있냐’는 **system pole**을 구성하는 중요한 요소
 - System이 안정하려면 전체 전달 함수의 복소근이 LHP에 존재해야 한다.
(LHP)

$$e^{(-2+2i)t}$$



Root Locus - Introduction

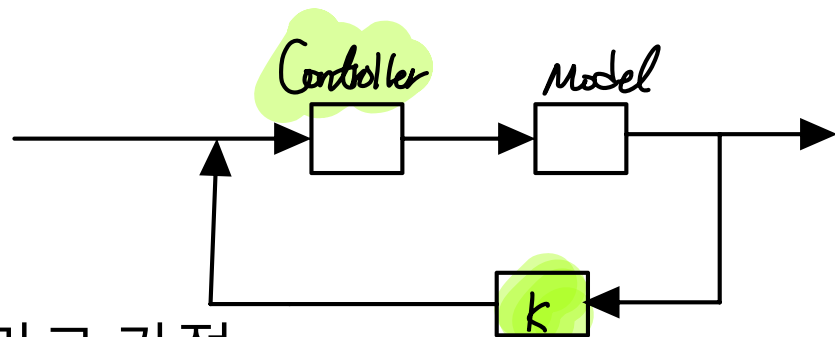
- 우리가 **Design**하는 부분은?

- Controller

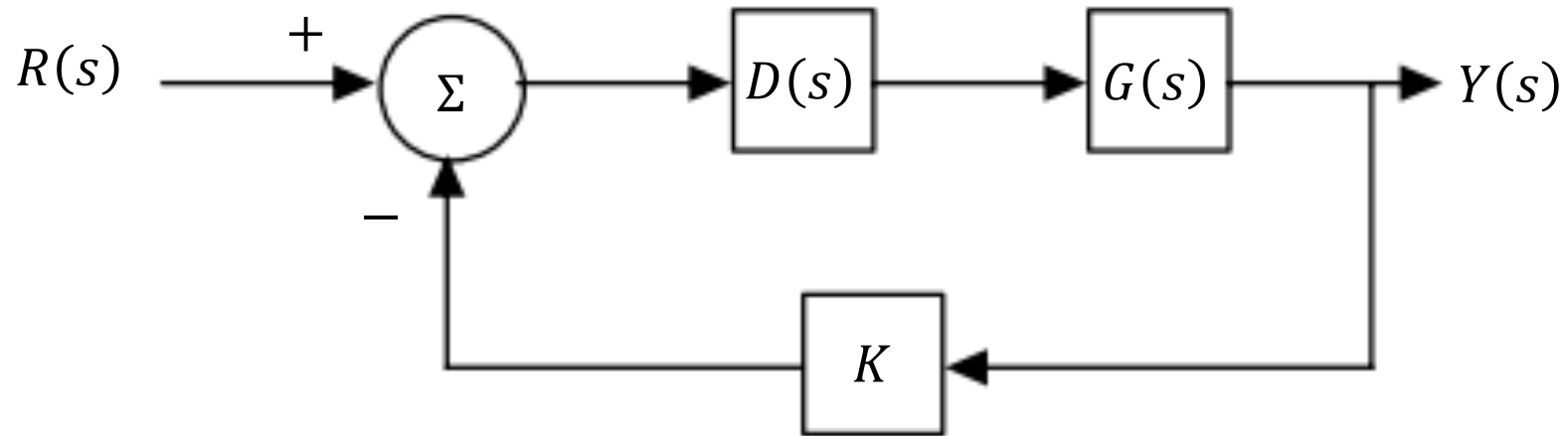
- **Controller**와 **Model**의 정보를 아는 상태라고 가정

- 내가 아는 신호를 얼마나 증폭할 것인가?

- 다른 수치들이 고정된 상태에서 **하나의** 수치를 얼마나 바꾸어야 하는가?



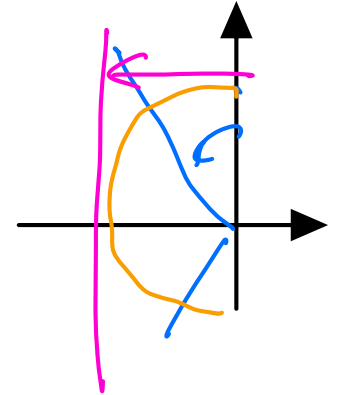
Root Locus - Introduction



Root Locus - Introduction

- Root Locus(근 궤적선)
 - k 가 변함에 따라 전체 CL Pole의 위치를 plot
 - (TF)
 - 전체 근의 위치는 전체 system의 응답을 결정
 - 설계 목표에 따라 k 값을 조정하면 목표에 맞는 system을 설계 가능

$\zeta, \omega_n, \omega_d, \sigma$



Root Locus – How to draw

- Open Loop Transfer function을 $\frac{a(s)}{b(s)}$ 라고 할 때
- Closed-Loop Transfer function = $\frac{k \frac{a(s)}{b(s)}}{1 + k \frac{a(s)}{b(s)}}$
- Characteristic Equation $\rightarrow 1 + k \frac{a(s)}{b(s)} \longrightarrow b(s) + k a(s)$

Root Locus – How to draw

- Characteristic Equation $\rightarrow 1 + K \frac{a(s)}{b(s)} \xrightarrow{\text{red arrow}} b(s) + K a(s)$

- 해를 그래프로 나타내면 $K \rightarrow 0$ 일 때는 $b(s)$ 의 해가,
 $K \rightarrow \infty$ 일 때는 $a(s)$ 의 해가 나타남

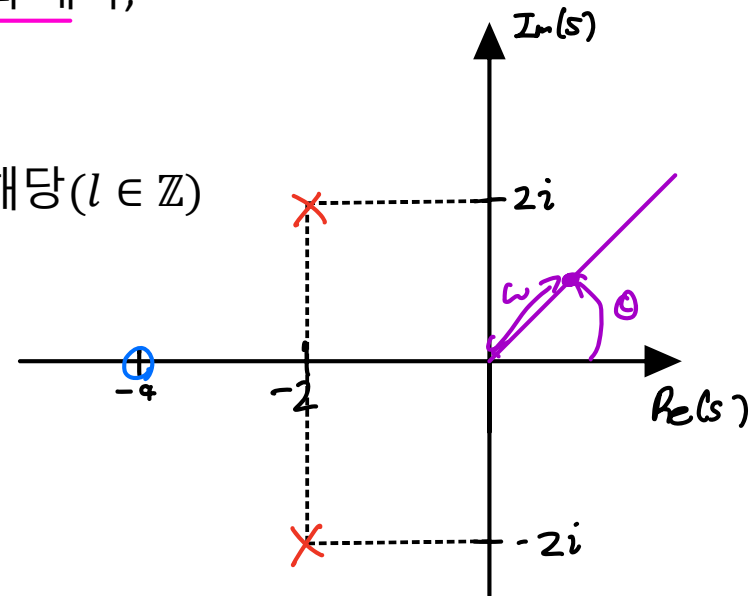
open-loop pole (OL pole)

- 각 해는 $\angle \frac{a(s)}{b(s)} = \underline{180^\circ + 360(l-1)^\circ}$ 인 점에 해당 ($l \in \mathbb{Z}$)

phase θ

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1 \angle 60^\circ$$

magnitude ω



Root Locus – How to draw

- Root Locus

- 변수 **하나**가 변함에 따라 전체 근이 어떻게 변하는지 나타낸 그림

- Ex) PID 튜닝을 Root Locus로 하려면?

$$K_p + \frac{K_z}{s} + K_d s$$

- 자세한 그리는 방법은 다음 시간에..

$$K_p \left\{ 1 + \frac{0.1}{s} + 0.04s \right\}$$