

자동제어 한방에 끝내기

4. Feedback Controls

목차

Closed loop systems

Pole-zero cancellation

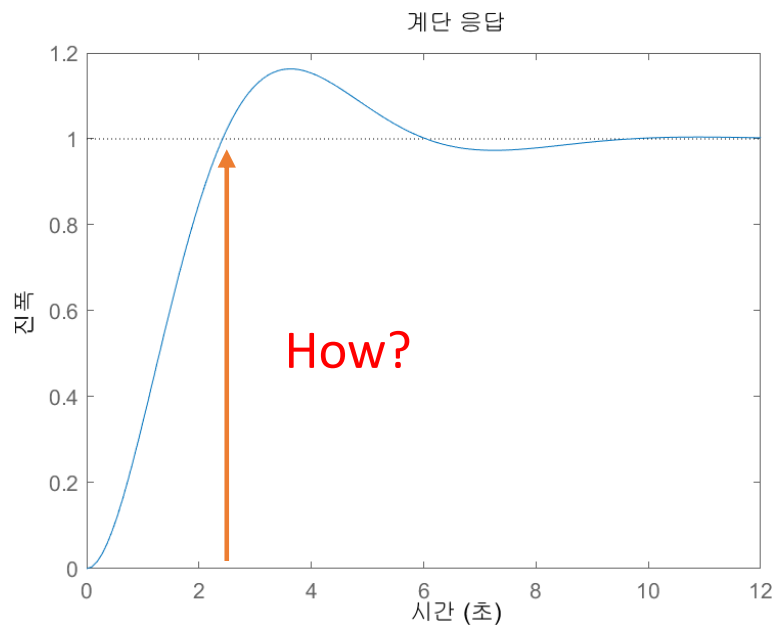
Sensitivity

System types

PID controls

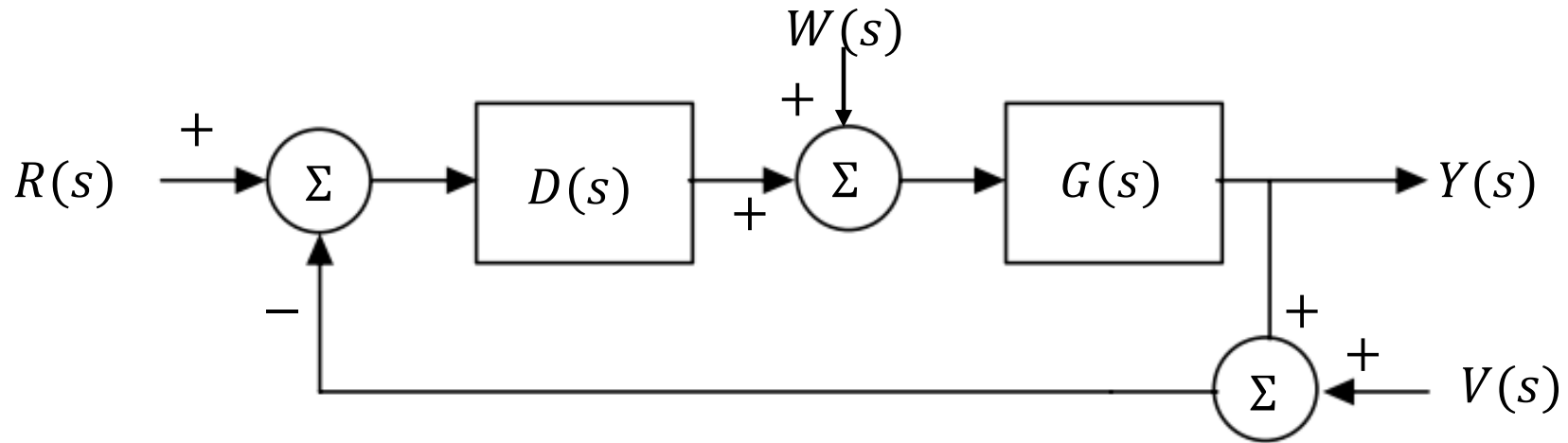
PID Controls - Introduction

- 지금까지 논의한 것은 system의 구성 – 얼마나 stable한가?
- 지금부터는 Controller $D(s)$ 를 어떻게 만들 것인가에 대해 논의



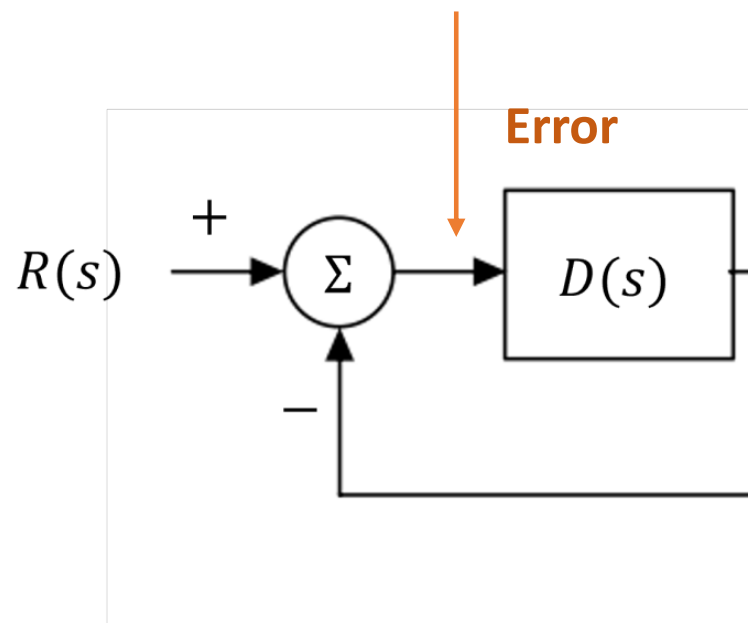
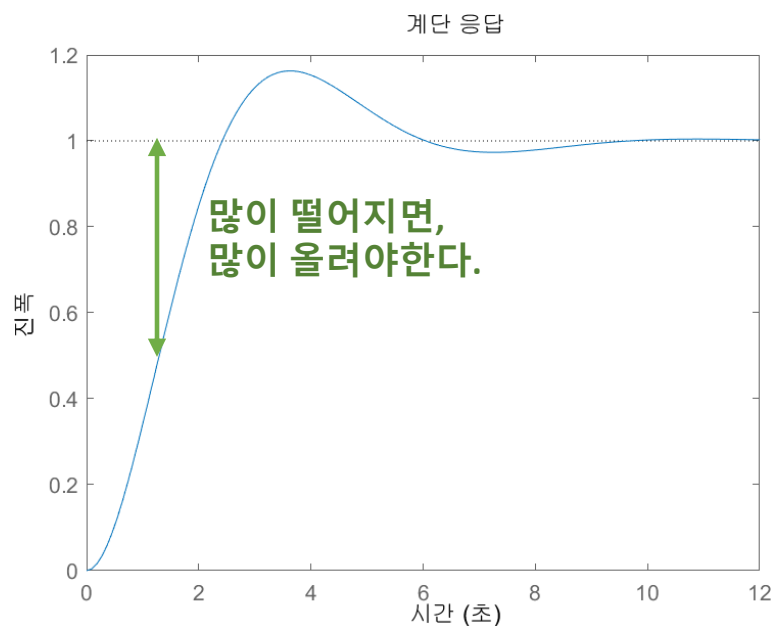
PID Controls - Introduction

- 이런 block diagram에서는 어떻게 나타낼 것인가?



PID Controls - Introduction

- 이런 block diagram에서는 어떻게 나타낼 것인가?



P Control

- P : Proportional(비례) 제어

- **Error**에 비례한 양만큼 제어 $\rightarrow u(t) = k_p e(t), D(s) = k_p$

- 모델 $G(s) = \frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2}$ 라고 가정 후 전달함수를 구해보면?

$$TF = \frac{GD}{1+GD} = \frac{\frac{A k_p}{s^2 + a_1 s + a_2}}{1 + \frac{A \cdot k_p}{s^2 + a_1 s + a_2}} = \frac{A k_p}{s^2 + a_1 s + a_2 + A \cdot k_p}$$

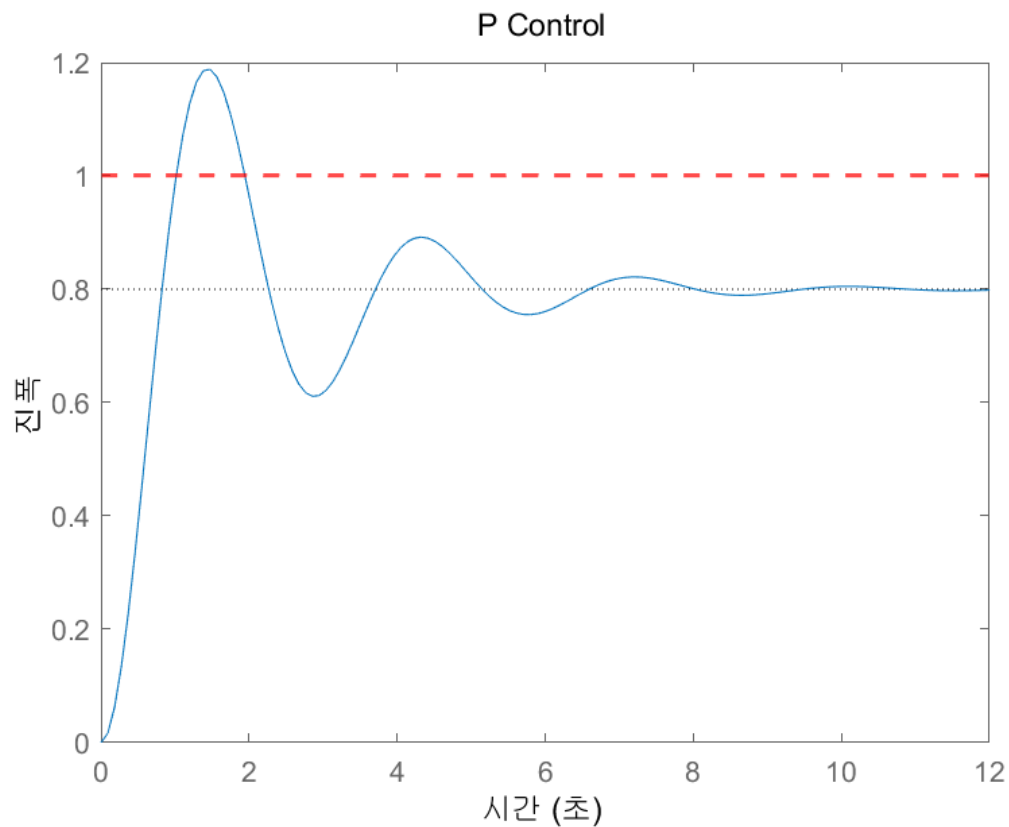
- FVP?

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s (R - Y) = s \left(\frac{s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + a_1 s + a_2 + A k_p} \right) \cdot R$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{s^2 + a_1 s + a_2}{s^2 + a_1 s + a_2 + A k_p} \right)$$

P Control

- 그래프로 이해하기



P Control

- 그래프로 이해하기 – plotting code

```
clear all
s = tf('s')
kp = 4

step(kp/(s^2+s+1+kp))
hold on
yline(1, 'r--', "LineWidth", 1.5)
title('P Control')
hold off
```

PI Control

• PI : Proportional-Integral(비례적분) 제어

- P 제어에서 steady-state error 발생

→ 발생하는 error를 **적분**해서 **보정**하자

$$D = k_p + \frac{k_I}{s}$$

- 모델 $G(s) = \frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2}$ 라고 가정 후 전달함수를 구해보면?

$$\frac{GD}{1+GD} = \frac{\frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \left(k_p + \frac{k_I}{s}\right)}{1 + \frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \left(k_p + \frac{k_I}{s}\right)} = \frac{A \cdot \left(k_p s + k_I\right)}{(s^2 + a_1 s + a_2)s + A(k_p s + k_I)}$$

- FVP?

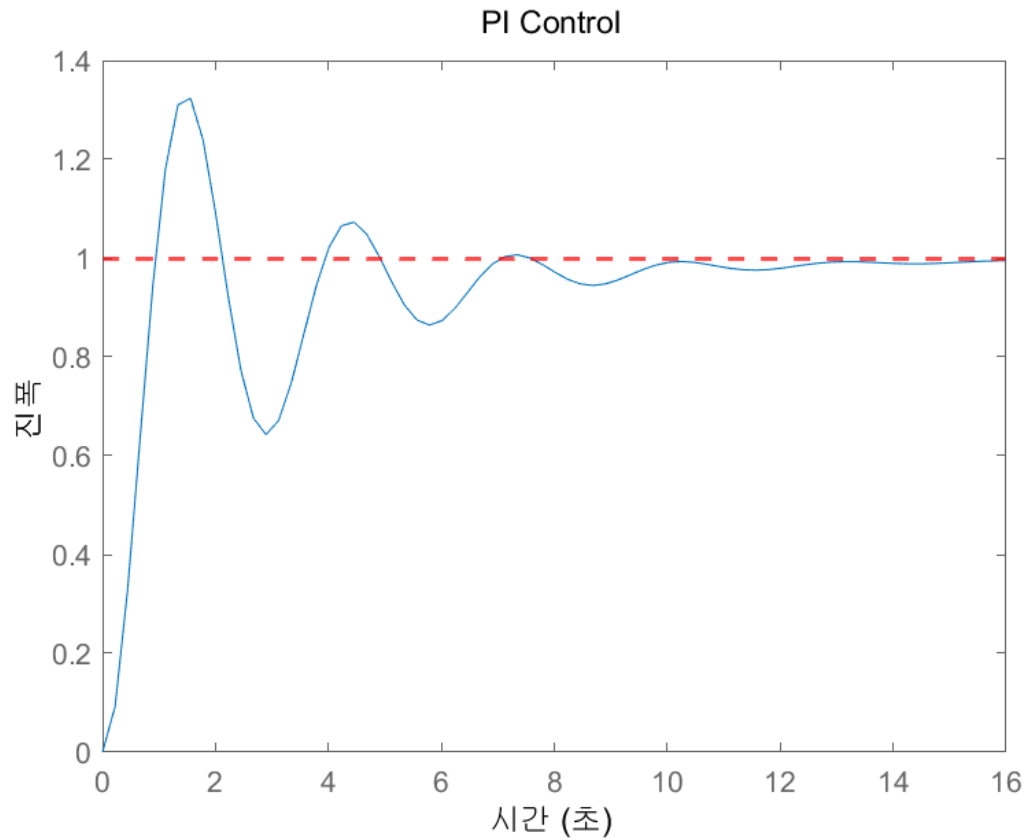
$$= \frac{Ak_p s + Ak_I}{s^3 + a_1 s^2 + (a_2 + Ak_p)s + Ak_I} = \frac{r}{B}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = s(B(s) - r(s))$$

$$= \cancel{s} \left(1 - \frac{r(s)}{B(s)} \right) \cdot \cancel{B(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(1 - \frac{Ak_p \cancel{s} + \cancel{Ak_I}}{\cancel{s}^3 + a_1 \cancel{s}^2 + (a_2 + Ak_p) \cancel{s} + \cancel{Ak_I}} \right) = 0$$

PI Control

- 그래프로 이해하기



PI Control

- 그래프로 이해하기 – plotting code

```
ki = 1
step((kp+ki/s)/(s^2+s+1+kp+ki/s))
hold on
yline(1,'r--',"LineWidth",1.5)
title('PI Control')
hold off
```

PID Control

- PID : Proportional-Integral-Derivative(비례-적분-미분) 제어

- PI 제어에서 t_s, M_p 증가 → 너무 많은 제어량을 사용하는 것 같다.

→ error의 움직임을 **미분**해서 **보정**하자

$$\text{Controller } D(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

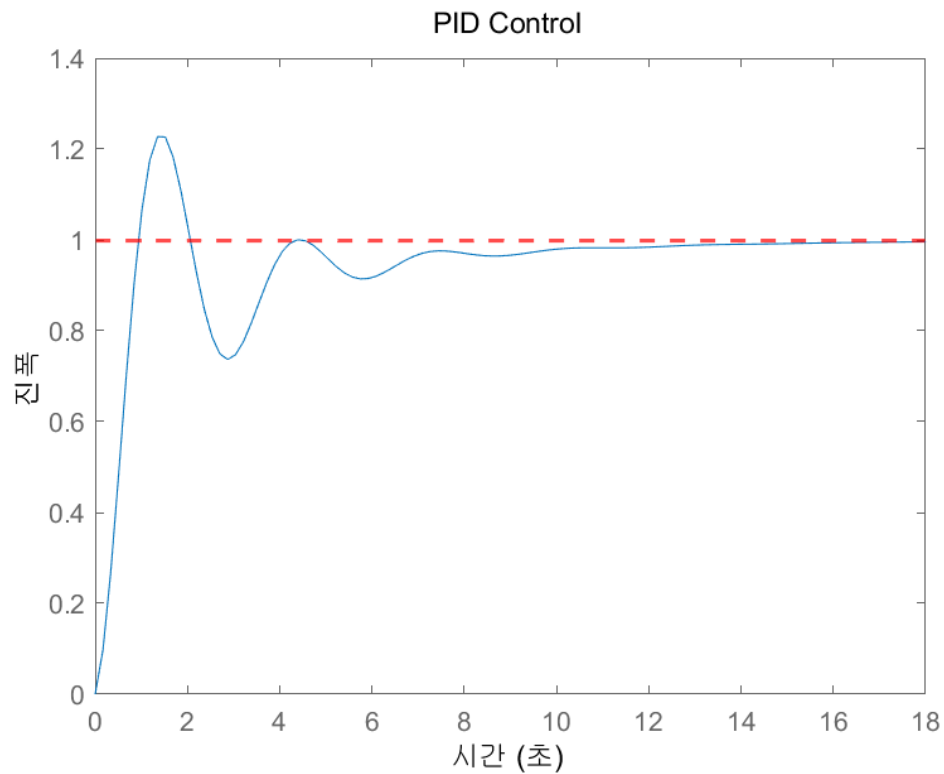
- 모델 $G(s) = \frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2}$ 라고 가정 후 전달함수를 구해보면?

$$\frac{G_D}{1 + G_D} = \frac{\frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right)}{1 + \frac{A}{s^2 + a_1 s + a_2} \cdot \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right)} = \frac{\frac{A (k_p s + k_i + k_d s^2)}{(s^2 + a_1 s + a_2) s}}{1 + \frac{A (k_p s + k_i + k_d s^2)}{(s^2 + a_1 s + a_2) s}}$$

$$= \frac{A (k_d s^2 + k_p s + k_i)}{s^3 + (a_1 + k_d A) s^2 + (a_2 + A k_p) s + A k_i}$$

PID Control

- 그래프로 이해하기



PID Control

- 그래프로 이해하기 – plotting code

```
kd=0.3
step((kd*s+kp+ki/s)/(s^2+s+1+kd*s+kp+ki/s))
hold on
yline(1,'r--',"LineWidth",1.5)
title('PID Control')
hold off
```