

◆ 보기문제 ◆

보기문제 2.03 – 가속도와 $\frac{dv}{dt}$

(a) $v(t) = \frac{dx}{dt} = -27 + 3t^2$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 6t$$

(b) $v = -27 + 3t^2$ 에서 $t = \pm 3\text{s}$ 일 때 $v=0$ 이 된다.

그러므로 시계가 ‘0’을 읽기 3초 전과 3초 후에 속도가 ‘0’이 된다.

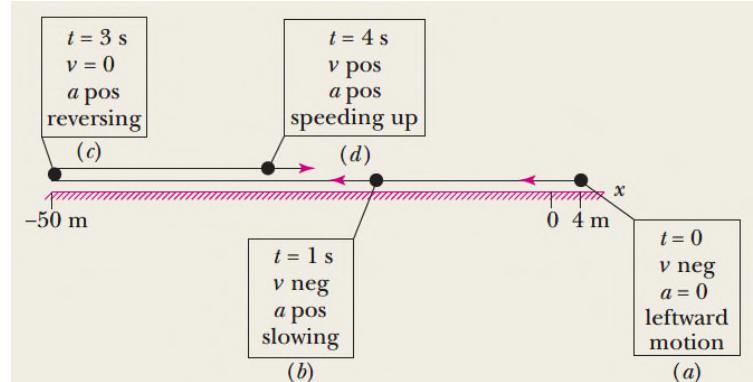
(c) $t \geq 0$ 일 때, 입자의 운동을 기술하면 다음과 같다.

1st) $t = 0$: $x(0) = 4\text{m}$
 $v(0) = -27\text{ m/s}$
 $a(0) = 0\text{ m/s}^2$

2nd) $0 < t < 3\text{ sec}$: 입자는 왼쪽으로 움직인다.
 $v < 0$ (느려짐)
 $a > 0$

3rd) $t = 3\text{ sec}$: 입자는 순간적으로 정지한다.

$$\begin{aligned}x(3) &= -50\text{ m} \\v(3) &= 0 \\a(3) &> 0\end{aligned}$$



4th) $t > 3\text{ sec}$: 입자는 오른쪽으로 움직인다.

$$\begin{aligned}v &> 0 \text{ (계속증가)} \\a &> 0 \text{ (계속증가)}\end{aligned}$$

보기문제 2.04 – 차와 오토바이 경주

1st) 자동차와 오토바이의 속도, 가속도, 변위

- 자동의 속도, 가속도, 변위

$$v_c = 106 \text{ m/s}$$

$$a_c = 5.6 \text{ m/s}^2$$

$$x_c = \frac{1}{2} a_c t^2 \text{ m}$$

- 오토바이의 속도, 가속도, 변위(오토바이가 58.5m/s에 도달하기까지 대략 7s($=6.94s$)가 소요된다.)

$$v_m = 58.5 \text{ m/s}$$

$$a_m = 8.4 \text{ m/s}^2$$

$$x_{m1} = \frac{1}{2} a_m t^2 = \frac{1}{2} a_m \left(\frac{v_m}{a_m} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{a_m}$$

$$x_{m2} = v_m(t - t_m) = v_m(t - 7s)$$

※ x_{m1} 은 오토바이가 가속도 운동을 하는 동안의 변위이며,

x_{m2} 는 오토바이가 등속도 운동을 하는 동안의 변위이다.

2nd) 자동차가 오토바이를 따라잡는데 걸리는 시간은 16.6s이다.

- $x_c = x_{m1} + x_{m2}$

$$\frac{1}{2} a_c t^2 = \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{a_m} + v_m(t - 7s)$$

위의 관계식에 물리량을 대입하여 계산하면 자동차가 오토바이를 따라잡는데 걸리는 시간을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{2} (5.6 \text{ m/s}^2) t^2 = \frac{1}{2} \frac{(58.5 \text{ m/s})^2}{8.4 \text{ m/s}^2} + (58.5 \text{ m/s})(t - 7s)$$

$$2.8t^2 - 58.5t + 58.5 \times \left(7 - \frac{58.6}{16.8} \right) = 0$$

$$\therefore t = 16.6s$$

※ 시간에 대한 2차 방정식에서 시간이 4.44s 일 때에는 오토바이가 앞서있는 시간이어서 답이되지 않는다.

보기문제 2.05 – 던진 야구공이 올라갔다가 내려오는 시간

(a) $v = v_0 - gt \Rightarrow 12 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s}^2 t = 0 \quad \therefore t = 1.2s$

(b) $2as = v^2 - v_0^2 \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = 7.3 \text{ m}$

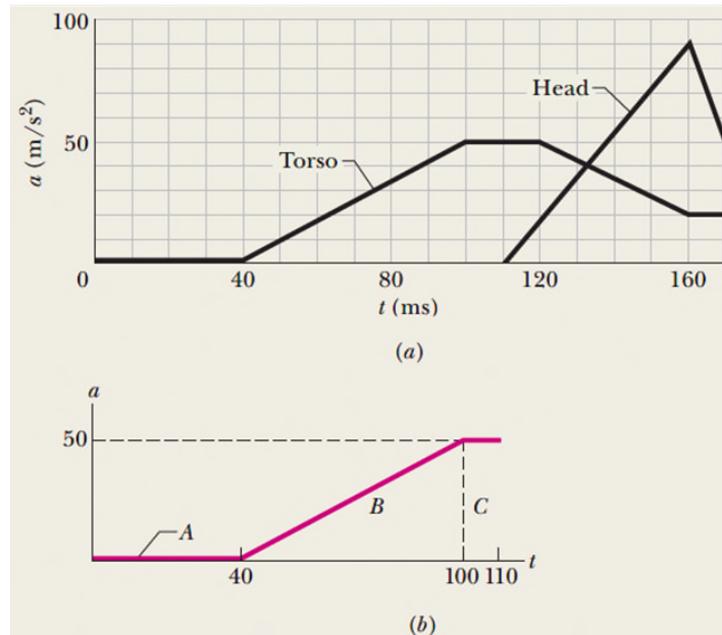
(c) $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 5 \text{ m} = (12 \text{ m/s}) t - \frac{1}{2} \times (9.8 \text{ m/s}^2) t^2$

2차 방정식을 풀면 $t = 0.53s$ 및 $t = 1.9s$ 를 각각 얻게 된다.

※ $t = 0.53s$ 의 경우는 공이 올라갈 때 5m지점을 지날때까지 소요된 시간이며,

$t = 1.9s$ 의 경우는 던진 공이 최고점에 도달한 다음 내려오면서 투수의 손으로부터 5m지점을 지날때의 시간이 된다.

보기문제 2.06 – 가속도-시간 그래프의 적분, 채찍성 부상



1st) 가속도-시간 그래프에서 면적은 속도의 변화량이다. (그래프에서 시간의 단위는 ms이다.)

$v - v_0 =$ 가속도-시간 그래프에서 $t_0 \sim t_1$ 의 면적 ($t_0 = 0\text{ms}$, $t_1 = 110\text{ms}$)

$$v_A(0 \sim 40\text{ms}) = 0$$

$$v_B(40 \sim 100\text{ms}) = \frac{1}{2} \times 0.06\text{s} \times 50\text{m/s} = 1.5\text{s}$$

$$v_C(100 \sim 110\text{ms}) = 0.01\text{s} \times 50\text{m/s} = 0.5\text{m/s}$$

$$2\text{nd}) \quad \therefore v = v_A + v_B + v_C = 2\text{m/s} = 7.2\text{km/s}$$

◆ 연습문제 ◆

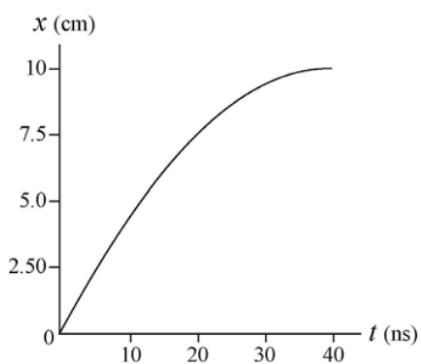
문제1. (연습문제 2장 26번)

(a) 뮤온이 정지할 때까지 이동한 거리는 0.144m이다.

$$2as = v^2 - v_0^2 \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{1}{2} \times \frac{(6 \times 10^6 \text{m/s})^2}{(-1.25 \times 10^{14} \text{m/s}^2)} = 0.144 \text{m}$$

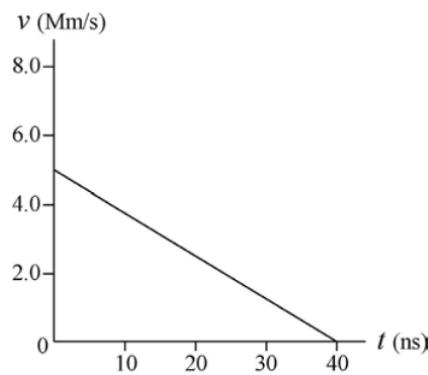
(b) 뮤온의 $x(t)$ 그래프

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ &= (6 \times 10^6) t - \frac{1}{2} (1.25 \times 10^{14} \text{m/s}) t^2 \end{aligned}$$



뮤온의 $v(t)$ 의 그래프

$$\begin{aligned} v &= v_0 - at \\ &= 6 \times 10^6 \text{m/s} - (1.25 \times 10^{14} \text{m/s}^2)t \end{aligned}$$



문제2. (연습문제 2장 37번)

(a) 가속도의 크기는 4m/s^2 이다. ($x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 를 이용한다.)

$$- 0\sim 1\text{초} : 0 \text{m} - (-2 \text{m}) = v_0 \times 1\text{s} + \frac{1}{2} a (1\text{s})^2 \Rightarrow 2 = v_0 + \frac{a}{2}$$

$$- 0\sim 2\text{초} : 6 \text{m} - (-2 \text{m}) = v_0 \times 2\text{s} + \frac{1}{2} a (2\text{s})^2 \Rightarrow 8 = 2v_0 + 2a$$

위에서 얻어진 두 식을 연립하여 가속도를 구하면 4m/s^2 이 된다.

(b) 가속도가 양수이므로 방향은 $+x$ 가 된다.

문제3. (연습문제 2장 69번)

속도-시간 그래프의 면적은 변위(이동거리)이며, 운동선수가 16s동안 이동한 거리는 100m가 된다.

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \times 2\text{s} \times 8 \text{m/s} + 8\text{s} \times 8 \text{m/s} + \frac{1}{2} \times 2\text{s} \times (8+4) \text{m/s} + 4\text{s} \times 4 \text{m/s} \\ &= 100 \text{m} \end{aligned}$$