p103. 3.4. 예제 4.2

(*) $(D^3-9D^2+27D-27)y=0$.

$\lambda^3-9\lambda^2+27\lambda-27=(\lambda-3)^3=0$, $\lambda=3$

$\therefore y_h=e^{3x}(c_1+c_2x+c_3x^2)$

$r(x)=10e^{-5x}$, $y_p=Ae^{-5x}$.

$y_p'=-5Ae^{-5x}$, $y_p''=25Ae^{-5x}$, $y_p'''=-125Ae^{-5x}$.

(*) : $(-125A-225A-135A-27A)e^{-5x}=10e^{-5x}$.

$A=\frac{-10}{512}=\underline{\frac{-5}{256}}$ $\therefore y=e^{3x}(c_1+c_2x+c_3x^2)-\frac{5}{256}e^{-5x}$

$y'=3e^{3x}(c_1+c_2x+c_3x^2)+e^{3x}(c_2+2c_3x)+\frac{25}{256}e^{-5x}$

$=e^{3x}(3c_1+c_2+(3c_2+2c_3)x+3c_3x^2)+\frac{25}{256}e^{-5x}$

$y''=3e^{3x}(3c_1+c_2+(3c_2+2c_3)x+3c_3x^2)$

$+e^{3x}(3c_2+2c_3+6c_3x)-\frac{125}{256}e^{-5x}$.

$y(0)=c_1-\frac{5}{256}=0$, $c_1=\frac{5}{256}$.

$y'(0)=3c_1+c_2+\frac{25}{256}=\frac{40}{256}+c_2=1$, $c_2=\frac{216}{256}=\frac{27}{32}$

$y''(0)=9c_1+3c_2+3c_2+2c_3-\frac{125}{256}=9c_1+6c_2+2c_3-\frac{125}{256}=0$.

$\frac{45}{256}+\frac{162}{32}+2c_3=\frac{125}{256}$, $c_3=-\frac{19}{8}$.

$\therefore \underline{y=e^{3x}(\frac{5}{256}+\frac{27}{32}x-\frac{19}{8}x^2)-\frac{5}{256}e^{-5x}}$.