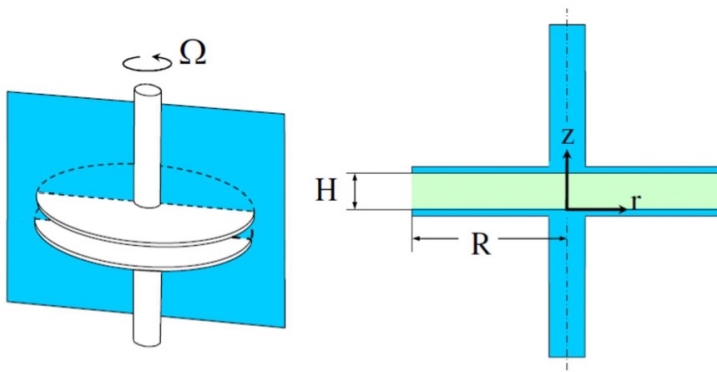


3. 유체의 점도를 측정하는 방법에는 여러 가지가 있다. 그중에서 두 개의 디스크안에 유체를 넣고 점도를 측정하는 방법이 있다. (아래 그림 참고, 두판의 차이는 H 이고 디스크의 지름은 R). 윗쪽 디스크가 각 속도 Ω 로 회전하고 있다. 아랫쪽 디스크는 가만히 멈춰있다. 좌표축은 아래 그림과 같이 r, θ, z 로 정의된다 (풀이과정 반드시 필요). (40점)

- (1) θ 방향의 속도 $u_\theta(r, z)$ 를 계산하여라. 계산의 편의를 위해 $u_\theta(r, z) = z f(r)$ 로 가정하자. 지배방정식과 경계조건을 꼭 나타내시오.
- (2) 이때 r 에서 z 평면에 걸리는 shear stress (전단력 또는 면찰력)를 계산하여라.
- (3) 위쪽 디스크 전체에 걸리는 토크값 (힘×반지름)이 T 라고 할 때 점도 μ 를 계산하여라.



$$(1) \vec{v} = (u_r, u_\theta, u_z) = (0, u_\theta, 0), \quad u_\theta = u_\theta(r, z)$$

θ 성분 원통형 좌표계 Navier-Stokes eqn.
(뉴턴유체, 비압축성 유체, 정상상태 가정)

$$\Rightarrow \rho \left(\cancel{\frac{\partial u_\theta}{\partial t}} + \cancel{u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}} + \cancel{\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}} + \cancel{u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}} + \cancel{\frac{u_r u_\theta}{r}} \right) =$$

$$\mu \left[\cancel{\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_\theta)}{\partial r} \right)} + \cancel{\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2}} + \cancel{\frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right] - \cancel{\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}} + \cancel{\rho g_\theta}$$

$$\Rightarrow \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_\theta)}{\partial r} \right) \right] + \mu \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} = 0$$

<경계조건 1>

$$r=0, \quad u_\theta=0$$

<경계조건 2>

$$z=H, \quad u_\theta=r\Omega$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r u_\theta)}{\partial r} \right) = - \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}$$