예제 3.9 $W=\left\{\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^3 \;\middle|\; x_1+2x_3=0,\ x_2-x_3=0\right\}$에서 W의 차원은?(한양대 2008)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

$$\begin{bmatrix}1&0&2\\0&1&-1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$x_1+2x_3=0$ $x_1+2t=0$ $x_1=-2t.$ $\begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix}t=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$

$x_2=x_3=t.$

예제 3.10 연립방정식 $\begin{cases}x+y+3z+w=0\\2x+y+5z+4w=0\end{cases}$을 동시에 만족시키는 해 (x,y,z,w)들로 이루어진 집합의 차원(dimension)은?(한양대 2009)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

$$\begin{bmatrix}1&1&3&1\\2&1&5&4\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\\w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&1&3&1\\0&-1&-1&2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

예제 3.11 벡터공간 $\mathbb{R}^4$의 두 부분공간 V와 W을

$$V=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 \mid b+c+d=0\},$$
$$W=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 \mid a+b=0,\ c=2d\}$$

로 정의할 때, $\dim(V)+\dim(W)+\dim(V\cap W)$의 값은?(한양대 2012)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7

1st) $\begin{vmatrix}0&1&1&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\\d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0\\0\\0\\0\end{vmatrix}$ 2d) $\begin{vmatrix}1&1&0&0\\0&0&1&-2\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}a\\b\\c\\d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0\\0\\0\\0\end{vmatrix}$

$\dim(V)=1$

$\dim(W)=2.$

$\dim(V\cap W)=2$

5.