

(질문1)

예제 1.6

$A^2 = A$ 인 n 차 정사각행렬(또는 정방행렬)을 멱등행렬(idempotent matrix)이라고 한다. 멱등행렬의 고윳값이 0 또는 1 임을 보여라.

(풀이)

$$A^2 = A$$

$$\det(A^2) = \det(A)$$

행렬식의 성질에 의해서

$$\det(A) * \det(A) = \det(A)$$

$$\det(A)^2 - \det(A) = 0$$

$$\det(A)(\det(A) - 1) = 0$$

$$\det(A) = 0 \text{ or } \det(A) = 1$$

A 의 고윳값을 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 이라 하자.

$$\text{그러면 } \det(A) = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_n = 0, \det(A) = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_n = 1$$

따라서 멱등행렬 A 의 고윳값은 0, 1 이다.

$$\text{하지만 } \det(A) = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_n = 1$$

에서 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 이 모두 1 이므로 고윳값을 1이라고 할 수 있나요?

$$\text{또한 } \det(A) = \lambda_1 * \lambda_2 * \dots * \lambda_n = 0$$

에서 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 이 모두 0 이므로 고윳값을 0이라고 할 수 있나요?

질문2)

$Ax = \lambda x$ 에서 $(\lambda I_n - A)x = 0$ 를 만들어가는 과정 중 이해가 잘 안 되는 부분이 있습니다.

$$Ax = \lambda x$$

$$\lambda x - Ax = 0$$

$$(\lambda I_n - A)x = 0$$



화살표로 넘어가는 부분에서 x 로 묶을 때 단위 행렬이 갑자기 튀어 나오는데 이런 경우는 왜 그런가요?

선형대수학에서 어떤 한 문자로 묶을 때 정확히 어떤 경우에 단위행렬(I)가 튀어 나오는지 궁금합니다.