

선형대수학 p118

예제 3.2 $V = P_2$ 이고 $T: V \rightarrow V$ 를 다음과 같이 정의된 선형변환이라고 하자.

$$T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_1 - 2a_2) + (2a_0 + 3a_2) + 2a_2x^2$$

V 의 두 (순서)기저를 $B = \{1, x, x^2\}, C = \{1 + x, 1 - x, x + x^2\}$ 라고 하자. $[T]_B$ 와 $[T]_C$ 를 구하여라.

시도한 방법

(풀이1)

$f(x) = (a_0 + a_1x + a_2x^2)$ 이라 하자 그러면

$$T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = T(f(x)) = (a_1 - 2a_2) + (2a_0 + 3a_2) + 2a_2x^2$$

$[T]_B$ 와 $[T]_C$ 를 구하는 것이 목적임으로 표현행렬의 원리에 따라

$$[T]_B = [[T(f(1))]]_B [T(f(x))]_B [T(f(x^2))]_B \quad (B에서 B로 날라가기 때문에)$$

$$T(f(x))에서 T(f(1)) = T(a_0 + a_1 + a_2) = (a_1 - 2a_2) + (2a_0 + 3a_2) + 2a_2 = 2a_0 + a_1 + 3a_2$$

$$[T(f(1))]_B, [T(f(x))]_B, [T(f(x^2))]_B$$

=> (풀이1)에 제시한 방법으로 각각의 좌표행렬을 구할 수 없음

(풀이2)

$$T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_1 - 2a_2) + (2a_0 + 3a_2) + 2a_2x^2$$

$$B = \{1, x, x^2\} : V의 기저$$

$$[T]_B = [[T(1)]_B [T(x)]_B [T(x^2)]_B]$$

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 = 1$$

$$a_0 = 1, a_1 = 0, a_2 = 0$$

$$T(1) = 2$$

???????

선형사상 T가 합성되어 있어서 문제풀기가 까다롭네요. 푸는 방법이 없을까요?