(e) $\int_s (\nabla T) \times d\vec{a} = -\oint T d\vec{l}$; stokes' thm : $\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_s (\nabla \times \vec{v}) \cdot d\vec{a}$

양변에 일정한 벡터 $\vec{c}$로 내적해 준다.

$$\left(\int_s (\nabla T) \times d\vec{a} = -\oint T d\vec{l}\right) \cdot \vec{c}$$

$$-\vec{c} \cdot \oint T d\vec{l} = -\oint (\vec{c} T) \cdot d\vec{l} = -\int_s (\nabla \times (\vec{c} T)) \cdot d\vec{a}$$

$$= -\int d\vec{a} \cdot (\nabla \times (\vec{c} T))$$

$$= -\varepsilon_{ijk} \int da_i \partial_j (c_k T)$$

$$= -\varepsilon_{kij} c_k \int da_i \partial_j T$$

$$= -\vec{c} \cdot \int (d\vec{a} \times \nabla T) = \vec{c} \cdot \int (\nabla T) \times d\vec{a}$$

(f) $\int [(d\vec{a} \times \nabla) \times \vec{v}] = -\oint \vec{v} \times d\vec{l}$

양변에 일정한 벡터 $\vec{c}$로 내적해 준다.

$$\left[\int [(d\vec{a} \times \nabla) \times \vec{v}] = -\oint \vec{v} \times d\vec{l}\right] \cdot \vec{c}$$

$$-\oint \vec{c} \cdot (\vec{v} \times d\vec{l}) = -\varepsilon_{ijk} \oint c_i v_j dl_k = -\oint \varepsilon_{kij} dl_k c_i v_j$$

$$= -\vec{c} \oint (\vec{v} \times d\vec{l}) = -\oint d\vec{l} \cdot (\vec{c} \times \vec{v}) = -\oint (\vec{c} \times \vec{v}) \cdot d\vec{l}$$

$$= -\int \nabla \times (\vec{c} \times \vec{v}) \cdot d\vec{a}$$

$$= -\int d\vec{a} \cdot \nabla \times \underbrace{(\vec{c} \times \vec{v})}_{\varepsilon_{klm} \hat{e}_k c_l v_m} = -\int \varepsilon_{ijk} da_i \partial_j \varepsilon_{klm} c_l v_m$$

$$= +\int \varepsilon_{lkm} c_l \varepsilon_{kij} da_i \partial_j v_m$$

$$= \int \vec{c} \cdot [(d\vec{a} \times \nabla) \times \vec{v}]$$

$$= \vec{c} \int [(d\vec{a} \times \nabla) \times \vec{v}]$$

Q. ∂_j에 c_l과 v_m이 다 걸리는거 아닌가? 왜 c_l은 나오고 v_m만 걸린거지?

혹시 ε_{ijk}에서 i자리가 상수 자리여서?